

1. Kahoot Quiz: Aussagenlogik & Grundlagen

Hier sind die Fragen für das Quiz. Die Lösungen mit Erklärungen findest du am Ende des Dokuments.

1.1. Frage 1: Was ist eine Formel in der Aussagenlogik?

Eine Behauptung, die immer wahr ist.

Ein syntaktisches Konstrukt mit Variablen, dessen Wahrheitswert von einer Belegung abhängt.

Ein anderer Name für eine mathematische Aussage.

Eine Behauptung, die bewiesen wurde.

1.2. Frage 2: „Wenn x eine Primzahl ist, dann ist x ungerade.“ Was ist das?

Eine wahre Aussage.

Eine falsche Aussage.

Eine Formel.

Ein Paradoxon.

1.3. Frage 3: Was ist der Wahrheitswert von $(A \vee B) \wedge (\neg A)$ wenn $A = 0$ und $B = 1$?

1 (Wahr)

0 (Falsch)

Nicht definiert

Sowohl Wahr als auch Falsch

1.4. Frage 4: Die Aussage „Entweder A oder B, aber nicht beide“ ist äquivalent zu...

$(A \vee B) \wedge (A \wedge B)$

$(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)$

$A \rightarrow \neg B$

$\neg A \vee \neg B$

1.5. Frage 5: Was bedeutet es, wenn eine Formel F „erfüllbar“ ist?

Sie ist für alle Belegungen wahr.

Sie ist für die meisten Belegungen wahr.

Es gibt mindestens eine Belegung, für die sie wahr ist.

Sie enthält keine Widersprüche.

—

1.6. Frage 6: Betrachte die Formel $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$. Was ist das für eine Formel?

Unerfüllbar

Erfüllbar, aber keine Tautologie

Eine Tautologie

Eine Aussage

—

1.7. Frage 7: Wenn F erfüllbar ist und G erfüllbar ist, ist dann $F \wedge G$ immer erfüllbar?

Ja, immer.

Nein, nicht notwendigerweise.

Nur wenn F und G dieselben Variablen haben.

Ja, solange F und G nicht widersprüchlich sind.

—

1.8. Frage 8: Wenn die Formel F unerfüllbar ist, was gilt dann für die Formel $F \rightarrow G$?

Sie ist unerfüllbar.

Sie ist eine Tautologie.

Sie ist erfüllbar, aber keine Tautologie.

Das hängt von G ab.

—

1.9. Frage 9: Welches Symbol wird verwendet, um eine Aussage über die Äquivalenz zweier Formeln zu machen?

\leftrightarrow (Doppelte Implikation)

$=$ (Gleichheit)

\equiv (Logische Äquivalenz)

\Rightarrow (Meta-Implikation)

—

1.10. Frage 10: Was ist der Unterschied zwischen $A \rightarrow B$ und $A \models B$?

Es gibt keinen, sie bedeuten dasselbe.

$A \rightarrow B$ ist eine Formel, $A \models B$ ist eine Aussage über Formeln.

$A \models B$ ist eine Formel, $A \rightarrow B$ ist eine Aussage.

$A \rightarrow B$ gilt nur für Zahlen, $A \models B$ für Logik.

1.11. Frage 11: Welcher der folgenden Ausdrücke ist ein Typfehler?

$(A \vee B) \rightarrow C$

$A \equiv (B \vee C)$

$(A \models B) \vee C$

$\neg(A \wedge B)$

1.12. Frage 12: Was ist die Negation der Formel $A \rightarrow B$?

$\neg A \rightarrow \neg B$

$A \wedge \neg B$

$\neg A \vee B$

$B \rightarrow A$

1.13. Frage 13: Die Aussage $(A \wedge (B \vee C)) \equiv ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$ ist...

Wahr (Distributivgesetz)

Falsch

Manchmal wahr, manchmal falsch

Ein Typfehler

1.14. Frage 14: Wenn $A \models B$ wahr ist, ist dann $\models (A \rightarrow B)$ auch wahr?

Ja, das ist die Definition.

Nein, das sind zwei verschiedene Dinge.

Nur wenn A eine Tautologie ist.

Nur wenn B eine Tautologie ist.

2. Lösungen

2.1. Lösung zu Frage 1: Was ist eine Formel in der Aussagenlogik?

Antwort: B)

- **Begründung:** Eine Formel ist eine nach den Regeln der Syntax korrekt gebildete Zeichenkette. Ihr Wahrheitswert ist nicht fest, sondern hängt von der Belegung (Interpretation) ihrer Variablen ab.
-

2.2. Lösung zu Frage 2: „Wenn x eine Primzahl ist, dann ist x ungerade.“ Was ist das?

Antwort: B)

- **Begründung:** Dies ist eine All-Aussage über die Variable x . Sie ist eine falsche Aussage, da es ein Gegenbeispiel gibt: $x = 2$. 2 ist eine Primzahl, aber nicht ungerade.
-

2.3. Lösung zu Frage 3: Was ist der Wahrheitswert von $(A \vee B) \wedge (\neg A)$ wenn $A = 0$ und $B = 1$?

Antwort: A)

- **Begründung:** Einsetzen: $(0 \vee 1) \wedge (\neg 0)$ wird zu $1 \wedge 1$, was 1 (Wahr) ist.
-

2.4. Lösung zu Frage 4: Die Aussage „Entweder A oder B, aber nicht beide“ ist äquivalent zu...

Antwort: B)

- **Begründung:** Dies beschreibt das exklusive ODER (XOR). $(A \vee B)$ stellt sicher, dass mindestens eines wahr ist. $\neg(A \wedge B)$ schliesst den Fall aus, dass beide wahr sind.
-

2.5. Lösung zu Frage 5: Was bedeutet es, wenn eine Formel F „erfüllbar“ ist?

Antwort: C)

- **Begründung:** „Erfüllbar“ bedeutet, es gibt **mindestens eine** Zeile in der Wahrheitstabelle, die zu Wahr ausgewertet wird. Es müssen nicht alle oder die meisten sein.
-

2.6. Lösung zu Frage 6: Betrachte die Formel $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$. Was ist das für eine Formel?

Antwort: C)

- **Begründung:** Wir prüfen, ob sie falsch sein kann. Dazu müssten beide Teile der ODER-Verknüpfung falsch sein.
 - $A \rightarrow B$ ist falsch, wenn $A = 1, B = 0$.
 - $B \rightarrow A$ ist falsch, wenn $B = 1, A = 0$.
 - Es ist unmöglich, dass beide Bedingungen gleichzeitig gelten. Also kann die Formel nie falsch sein. Sie ist eine Tautologie.
-

2.7. Lösung zu Frage 7: Wenn F erfüllbar ist und G erfüllbar ist, ist dann $F \wedge G$ immer erfüllbar?

Antwort: B)

- **Begründung:** Nein. Gegenbeispiel: Sei $F = A$ und $G = \neg A$. Beide sind für sich erfüllbar. Aber $F \wedge G$ ist $A \wedge \neg A$, was unerfüllbar ist.

—

2.8. Lösung zu Frage 8: Wenn die Formel F unerfüllbar ist, was gilt dann für die Formel $F \rightarrow G$?

Antwort: B)

- **Begründung:** Wenn F unerfüllbar ist, ist die Prämisse der Implikation immer falsch. Nach der Regel „Ex falso quodlibet“ ist eine Implikation mit falscher Prämisse immer wahr. Also ist $F \rightarrow G$ eine Tautologie.

—

2.9. Lösung zu Frage 9: Welches Symbol wird verwendet, um eine Aussage über die Äquivalenz zweier Formeln zu machen?

Antwort: C)

- **Begründung:** \equiv ist die Relation auf der Meta-Ebene, die besagt, dass zwei Formeln dieselbe Wahrheitstabelle haben. \leftrightarrow ist ein Operator, der eine neue Formel erzeugt.

—

2.10. Lösung zu Frage 10: Was ist der Unterschied zwischen $A \rightarrow B$ und $A \models B$?

Antwort: B)

- **Begründung:** $A \rightarrow B$ ist eine Formel, ein syntaktisches Objekt. $A \models B$ ist eine semantische Aussage, die besagt: „In jeder Welt (Interpretation), in der A wahr ist, ist auch B wahr.“

—

2.11. Lösung zu Frage 11: Welcher der folgenden Ausdrücke ist ein Typfehler?

Antwort: C)

- **Begründung:** $A \models B$ ist eine **Aussage** (wahr oder falsch). C ist eine **Formel**. Der Operator \vee kann keine Aussage mit einer Formel verknüpfen.

—

2.12. Lösung zu Frage 12: Was ist die Negation der Formel $A \rightarrow B$?

Antwort: B)

- **Begründung:** Eine Implikation ist nur dann falsch, wenn die Prämisse wahr UND die Konklusion falsch ist. Also $\neg(A \rightarrow B)$ ist äquivalent zu $A \wedge \neg B$.

—

2.13. Lösung zu Frage 13: Die Aussage $(A \wedge (B \vee C)) \equiv ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$ ist...

Antwort: A)

- **Begründung:** Dies ist das Distributivgesetz der Logik. Man kann es mit einer Wahrheitstabelle überprüfen. Die Aussage über die Äquivalenz ist wahr.
-

2.14. Lösung zu Frage 14: Wenn $A \models B$ wahr ist, ist dann $\models (A \rightarrow B)$ auch wahr?

Antwort: A)

- **Begründung:** Ja, das ist der „Deduktionssatz“. Die beiden Aussagen sind äquivalent. $A \models B$ bedeutet, dass es keine Interpretation gibt, in der A wahr und B falsch ist. Das ist genau die Bedingung dafür, dass $A \rightarrow B$ eine Tautologie ist.
-